

# 基于 Chan-Vese 模型的树形结构多相 水平集图像分割算法

郑 罡, 王惠南, 李远禄

(南京航空航天大学自动化学院, 江苏南京 210016)

**摘 要:** 由于 Chan-Vese (C-V) 模型通过单个水平集的符号将待分割图像划分为目标和背景两个部分, 所以当图像的多个目标的轮廓成多连接时, C-V 模型将无法表示. 为了解决 C-V 模型在表示目标轮廓上的局限, 提出了基于 C-V 模型的树形结构多相水平集算法. 关键策略是通过改变图像背景, 使得水平集在新图像上重新收敛; 核心技术是依据同时明度对比提出的背景填充技术; 算法流程采用多水平集串行收敛方式实现多相分割 ( $n-1$  次收敛可以实现  $n$  相分割,  $n > 1$ ). 实验结果表明, 本算法可以表示复杂的区域连接情况 ( $n$  相分割最多可以表示  $n$  连接情况), 能够实现多目标分割 ( $n$  相分割可以实现  $n-1$  个目标分割), 特别适合于目标中含有子目标的图像.

**关键词:** Chan-Vese 模型; 多相水平集; 背景填充技术; 同时明度对比; 多相分割

**中图分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 08-1508-05

## A Tree-Like Multiphase Level Set Algorithm for Image Segmentation Based on the Chan-Vese Model

ZHENG Gang, WANG Hui-nan, LI Yuan-lu

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210016, China)

**Abstract** The Chan and Vese (C-V) model using one level set function can only represent one object and one background by the sign of the function and can not express the multiple junctions of multiple objects. To deal with the problem, a tree-like multiphase level set algorithm for segmentation based on the C-V model is proposed whose basic idea is changing the background in the image so that the level set function will detect new object in the observed image. A key technique called the technique of painting background is proposed following the theory of simultaneous brightness contrast. Moreover, a hierarchical procedure of the proposed algorithm using multiple level sets is developed for multiphase segmentation ( $n-1$  level sets for  $n$  phases,  $n > 1$ ). Experimental results show that the proposed algorithm can represent multiple junctions of regions ( $n$ -phase segmentation for at most representing  $n$  junctions) and detect multiple objects ( $n$ -phase segmentation for  $n-1$  objects). Also, the algorithm is especially effective for images which have sub-objects in the object region.

**Key words** Chan-Vese model; multiphase level set; technique of painting background; simultaneous brightness contrast; multiphase segmentation

## 1 引言

Osher 和 Sethian 在研究曲线演化过程中提出了水平集方法<sup>[1]</sup>, 能够隐含表示曲线, 具有自动处理角点、拐点和拓扑结构变化等优点. Caselles 等<sup>[2]</sup>以及 Malladi 等<sup>[3]</sup>几乎同时将水平集方法引入图像分割领域, 创立了几何活动轮廓法 (Geometric active contour), 成功解决了参数化曲线无法自动分裂的缺点. 然而, 这些模型无法很好检测弱边缘,

且在噪声图像中易收敛于局部极大值. 为此, Caselles 在文献 [4] 中提出了测地活动轮廓 (Geodesic active contour) 模型, 但该模型仍然主要基于图像的边缘特征. 如果要实现图像的区域分割, 那么目前较流行的方法是将水平集和 Mumford-Shah 模型<sup>[5]</sup>相结合. 其中比较有代表性的算法是 Chan 和 Vese 提出的无边活动轮廓模型 (active contour model without edges). 但由于 C-V 模型属于单水平集二相分割模型<sup>[6]</sup>, 所以不适用于具有复杂区域连接的图像, 亦

不适合多目标图像. 本文基于 C-V 模型提出了树形结构多相水平集构架, 着重解决原模型在多连接表示和多目标分割上的局限, 可以视为原模型的串行广义形式.

## 2 C-V模型

Mumford-Shah模型<sup>[5]</sup>通过分块连续的图像最优逼近待分割图像. 作为 Mumford-Shah模型的一个简化形式<sup>[6]</sup>, C-V模型采用两个分块连续具有不同的均值的区域最优逼近待分割图像, 其存在性已经得到证明<sup>[6]</sup> (详细证明参见文[5]).

令  $\Omega$  为  $\mathbf{R}^2$  的有界开子集,  $\phi: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$  为 Lipschitz 连续的水平集函数, 轮廓曲线  $\Gamma \subset \Omega$  可以通过如下定义隐含表示:

$$\begin{cases} \Gamma = \{ (x, y) \mid (x, y) \in \Omega, \phi(x, y) = 0 \} \\ \text{inside}(\Gamma) = \{ (x, y) \mid (x, y) \in \Omega, \phi(x, y) > 0 \} \\ \text{outside}(\Gamma) = \{ (x, y) \mid (x, y) \in \Omega, \phi(x, y) < 0 \} \end{cases} \quad (1)$$

令  $u: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $\Omega \subset \mathbf{R}^2$  表示一个灰度图像. 其中  $u$  为灰度值,  $\Omega$  为  $u$  的定义域. 设  $u_o: w_o \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $w_o \subset (\text{inside}(\Gamma) \cup \Gamma)$  和  $u_b: w_b \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $w_b \subset \text{outside}(\Gamma)$  分别表示图像的目标和背景. 进一步设  $c_o, c_b$ , 分别表示目标和背景的平均灰度. 且当 C-V 模型收敛后  $c_o \neq c_b$ . 其中, 下标 o, b 分别表示与目标、背景相关的参量.

C-V 模型的能量函数可以由下式表示:

$$\begin{aligned} E(\Gamma, c_o, c_b) = & \mu \text{Length}(\Gamma) + \lambda \text{Area}(w_o) \\ & + \int_{w_o} |u(x, y) - c_o|^2 dx dy \\ & + \int_{w_b} |u(x, y) - c_b|^2 dx dy \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $\mu \geq 0$   $\lambda \geq 0$   $\lambda_o > 0$   $\lambda_b > 0$  为固定系数. 从式 (2) 可以看出, C-V 模型总能量函数可以分为两个部分: 第一部分是正则化能量项, 包括轮廓周长  $E_1 = \mu \text{Length}(\Gamma)$  和所围面积  $E_2 = \lambda \text{Area}(w_o)$ ; 其余部分是决定分割的距离项.

采用 Heaviside 函数  $H$  及 Dirac delta 函数  $\delta$

$$H(z) = \begin{cases} 1, & \text{if } z \geq 0 \\ 0, & \text{if } z < 0 \end{cases} \quad \delta = \frac{d}{dz} H(z) \quad (3)$$

式 (2) 可以改写为:

$$\begin{aligned} E(\phi, c_o, c_b) = & \mu \int_{\Omega} |\nabla H(\phi(x, y))| dx dy + \lambda_o \int_{\Omega} H(\phi(x, y)) dx dy \\ & + \lambda_b \int_{\Omega} |u(x, y) - c_o|^2 H(\phi(x, y)) dx dy \\ & + \lambda_b \int_{\Omega} |u(x, y) - c_b|^2 (1 - H(\phi(x, y))) dx dy \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $c_o, c_b$  可以表示为:

$$c_o(\phi) = \frac{\int_{\Omega} u(x, y) H(\phi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} H(\phi(x, y)) dx dy} \quad (5)$$

$$c_b(\phi) = \frac{\int_{\Omega} u(x, y) (1 - H(\phi(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H(\phi(x, y))) dx dy} \quad (6)$$

对式 (5) 求一阶变分, 可以导出如下 Euler-Lagrange 方

程<sup>[6]</sup>:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \gamma(\phi) \left[ \mu \text{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \lambda_o |u - c_o|^2 + \lambda_b |u - c_b|^2 \right] \quad (7)$$

加入初值条件后, 可以得到如下偏微分方程组<sup>[6]</sup>:

$$\begin{cases} \phi_t = \gamma(\phi) [ \mu \text{div} ( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} ) - \lambda_o |u - c_o|^2 + \lambda_b |u - c_b|^2 ] \\ \phi(x, y, 0) = \phi_o(x, y) \\ (\gamma(\phi) / |\nabla \phi|) \cdot \partial \phi / \partial n = 0 \end{cases} \quad (8)$$

其中  $n$  表示零水平集的单位外法矢,  $\phi_o(x, y)$  是任意闭合初始轮廓. 当式 (8) 的解稳定时, 可以通过下式得到目标  $u_o$  和背景  $u_b$ :

$$\begin{cases} u_o = u \cdot H(\phi) \\ u_b = u \cdot (1 - H(\phi)) \end{cases} \quad (9)$$

在多目标分割中, 一个基本问题是目标区域间多连接问题. 假设图像 (如图 1 所示) 含有三个区域, 并且区域间连接成三连接情况, 其中  $\Omega_1$  是背景, 目标区域含有  $\Omega_2$  和  $\Omega_3$  两个区域. 进一步假设  $\Omega_2$  是目标内部的子目标. 令  $\Gamma_{ij}$  为光滑区域  $\Omega_i$  和  $\Omega_j$  之间的边缘, C-V 模型可以通过  $\phi_1$  的符号表示出  $\Omega_1$  和  $\Omega_2 \cup \Omega_3 \cup \Gamma_{23}$  两个区域, 但是无法表示  $\Omega_2$  和  $\Omega_3$  之间的边缘  $\Gamma_{23}$ , 因此, 需要采用多水平集, 通过符号组合实现多区域分割. 本文的策略是针对  $\Omega_2 \cup \Omega_3 \cup \Gamma_{23}$  区域进行二次分割 (如图 2 所示), 以期  $\phi_2$  的零水平集收敛于区域  $\Omega_2$  (或  $\Omega_3$ ) 的边缘, 通过  $\phi_1$  和  $\phi_2$  的符号来表示图像的多个目标 (如果连接情况更为复杂时, 那么处理方法类似, 只需采用更多的水平集即可).

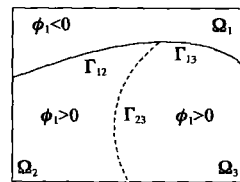


图 1 C-V 模型表示的两个区域

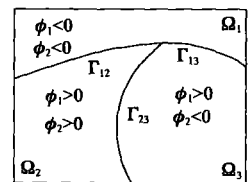


图 2 本文多区域分割策略

## 3 背景填充技术

背景填充技术的基本思想源于 Heinemann<sup>[7]</sup> 提出的同时明度对比 (simultaneous brightness contrast SBC). SBC 表明灰色在白色背景下要比在黑色背景下看起来色彩更暗一些. 也就是说, 人类在识别目标时不仅依赖于目标本身的自显著 (self saliency) 特征, 而且取决于目标与背景间的互显著 (relative saliency) 特征. 如果降低目标与背景间的对比度, 那么目标将会变得难以识别. 然而, 目标内部的子目标与目标之间的对比度却相对而言会上升, 这使得子目标更加容易识别. 根据此原理, 本文提出的背景填充技术通过减小目标与背景间的对比度使得轮廓曲线能够越过目标边界来探测目标内部边缘.

假设 1: 设 C-V 模型得到的目标内部含有感兴趣的子目标, 且子目标均值与目标内其余部分均值不等。

在使用背景填充技术前, 首先需要通过 C-V 模型将图像分割为目标与背景两个区域, 然后使用背景填充技术, 即采用目标的平均灰度代替背景的背景的每个像素灰度值。原目标与填充后的背景构成一个新图像  $u'$ :

$$u' = u \cdot H(\phi) + c_o(\phi) \cdot (1 - H(\phi)) \quad (10)$$

该技术能够使得目标与新背景间具有相同的平均灰度, 从而减小了目标与背景间的对比度。但是该技术会产生一个 C-V 模型特殊情况。假定  $\mu = 0, \nu = 0, \lambda = 1, \beta > 0$  式 (7) 可以改写为:

$$\begin{aligned} \phi_t &= 1 \delta(\phi) (u - c_b - u + c_o) (u - c_o + u - c_b) \\ &= 1 \delta(\phi) (c_o - c_b) (\Delta_1 - c_o - c_b) \end{aligned} \quad (11)$$

背景填充后, 会使得  $c_o = c_b$ , 则式 (11) 右边项等于 0,  $\phi_t = 0$  将导致曲线停留在初始轮廓上。事实上, 这种特殊情况是不稳定的。当  $\mu > 0$  时, 式 (11) 可以改写为:

$$\begin{aligned} \phi_t &= \delta(\phi) (\mu \text{div}(\nabla \phi / |\nabla \phi|) \\ &\quad + \lambda(c_o - c_b) (\Delta_1 - c_o - c_b)) \\ &= \mu \text{div}(\nabla \phi / |\nabla \phi|) \delta(\phi) = -\mu \kappa \delta(\phi) \end{aligned} \quad (12)$$

其中,  $\kappa = -\text{div}(\nabla \phi / |\nabla \phi|)$  为轮廓曲线  $\Gamma$  的曲率。当轮廓内外灰度平均值偶然相等时, 曲率项会使得轮廓曲线  $\Gamma$  移出初始位置<sup>[8]</sup>。由于这种特殊情况在本算法中经常发生, 所以保守地建议在对新图像  $u'$  分割时初始化一个新的水平集函数  $\phi'$ , 使得  $c_o(\phi') \neq c_b(\phi')$ 。

在使用背景填充技术后, 设新图像  $u'$  不均一 (如果  $u'$  均一, 那么目标内部就不再含有子目标, 即不满足假设 1), 就可以对新图像  $u'$  进行二次分割。当新水平集函数平稳时, 可以得到一个新目标和新背景:

$$\begin{cases} u'_o = u' H(\phi') \\ u'_b = u' (1 - H(\phi')) \end{cases} \quad (13)$$

并且可以证明这个新目标  $u'_o$  必定是在原目标  $u_o$  内部。

由于 C-V 模型收敛后目标与背景的平均值  $c_o, c_b$  不等, 而对新图像  $u'$  进行二次 C-V 分割可以看作作为一个独立的 C-V 模型分割过程, 所以轮廓曲线收敛后得到的新目标的平均灰度  $c'_o$  与新背景的平均灰度  $c'_b$  不等。

定理 1: 如果  $u' = u \cdot H(\phi) + c_o \cdot (1 - H(\phi))$ ,  $c'_o \neq c'_b$ , 那么新目标平均灰度  $c'_o$  与第一次分割后的目标平均灰度  $c_o$  之间满足  $c'_o \neq c_o$ 。

证明: 因为  $u'$  的填充后的背景与原目标的平均灰度都等于  $c_o$ , 所以  $u'$  整体平均灰度也为  $c_o$ 。又因为  $u'$  新目标与新背景的平均灰度满足  $c'_o \neq c'_b$ , 所以新目标的平均灰度必不等于  $u'$  的平均灰度, 即  $c'_o \neq c_o$ 。证毕。

推论 1 第二次分割后得到的新目标与第一次分割后得到的原目标不同, 且新目标仅位于原目标内部。

证明: 由于在新图像的填充区域没有产生新的边界, 所以轮廓曲线  $\Gamma$  在曲率项的作用下不会在填充区域停止。又因为  $c'_o \neq c_o$ , 所以新目标与原目标不同。因此, 新目标只

能位于原目标内部。证毕。

### 4 树形结构多相水平集算法

在前面的章节里, 我们已经讨论了本算法的两个主要组成部分: 二相 C-V 模型和背景填充技术。下面具体地给出一个三相模型流程如下:

第一步: 任意取一个轮廓曲线, 构造相应的水平集函数  $\phi(x, y, t) = \phi_0(x, y), t = 0$

第二步: 根据公式 (5)、(6), 计算  $c_o$  和  $c_b$ 。

第三步: 解偏微分方程组 (8), 得出  $\phi(x, y, t + \Delta t)$ 。(见注释 1)

第四步: 当式 (8) 的解平稳后, 即  $H(\phi(x, y, t)) = H(\phi(x, y, t + \Delta t))$ , 通过式 (9) 得出目标和背景, 然后转至第五步。如果解仍没有平稳, 那么回转至第二步。

第五步: 根据式 (10), 进行背景填充, 并产生一个新图像  $u'$ 。

第六步 (可选): 初始化一个新水平集函数,  $\phi'(x, y, t) = \phi'_0(x, y), t = 0$  并且保证  $c_o(\phi'(x, y, 0)) \neq c_b(\phi'(x, y, 0))$ 。

第七步: 再次对新图像  $u'$  进行二相 C-V 模型 (第二步到第四步) 分割。当偏微分方程的解平稳后, 可以通过式 (13) 得到新目标  $u'_o$  与新背景  $u'_b$ 。

第八步: 通过  $\phi$  和  $\phi'$  的符号, 可以最终得到三相分割结果 (见注释 2):

$$\begin{cases} u_{oo} = uH(\phi)H(\phi') \\ u_{ob} = uH(\phi)(1 - H(\phi')) \\ u_b = u(1 - H(\phi)) \end{cases} \quad (14)$$

注释 1: 为了保证数值计算的稳定, 时间步长  $\Delta t$  必须满足 Courant-Friedrichs-Lewy 条件。

注释 2 由于第二个零水平集位于第一个零水平集内部, 所以有:

$$u_{oo} = uH(\phi)H(\phi') = uH(\phi') = u'_o \quad (15)$$

图 3(a) 是以上三相模型的二叉树结构, 其叶结点表示的是分割区域。如果对背景感兴趣时, 那么分割过程与上面的三相模型类似, 只是这里需要填充的部分是目标:

$$u'' = u \cdot (1 - H(\phi)) + c_b(\phi) \cdot H(\phi) \quad (16)$$

图 3(b) 是相应的二叉树结构。本文的多相分割模型的一般

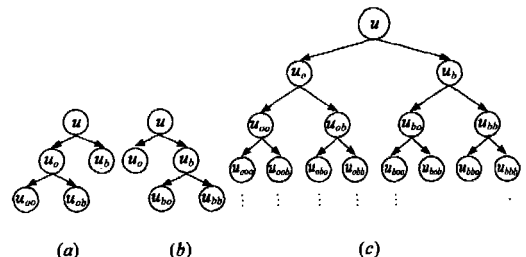


图 3 本文算法的二叉树结构 (a) 针对目标的三相分割; (b) 针对背景三相分割; (c) 多相分割的一般结构

结构,如图 3(c).可以发现,该结构类似于小波包分解的塔式结构.因为本文的算法中可以分解为多个互相独立的 C-V 模型分割过程,又因为 C-V 模型的存在性已经得到证明<sup>[6]</sup>,所以本文算法也是必定存在的.

### 5 实验结果

本节给出了合成图像和实际图像分割实例,所采用的数值逼近方法与文献 [6]相同.实验中参数选取如下:  $\mu=1, \nu=0, \lambda=1, \kappa=1$ , 空间步长  $h=1$  时间步长  $\Delta t=0.2$  实验平台为 BM ThinkPad T40 72U CPU 1.5G RAM 256M.

第一个实验是一个四连接合成图像的四相分割实验.图 4 第一行是第一次 C-V 模型分割得到的轮廓,初始轮廓为  $\phi(x, y, 0) = 90 - \sqrt{(x-128)^2 + (y-128)^2}$ .如果对目标中的白色区域感兴趣时,可以对背景部分填入目标均值,然后对填充后的新图像进行二次 C-V 分割(如图 4 第二行).由于初始轮廓选用第一次 C-V 分割得到的轮廓,所以第三节谈到的由背景填充技术所导致的内外均值相等的情况是可以收敛于目标内部的.如果对背景部分的某一子区域感兴趣时,此时需要对目标部分填入背景均值(如图 4 第三行),初始轮廓为  $\phi'(x, y, 0) = 50 - \sqrt{(x-128)^2 + (y-128)^2}$ .第二第三行的实验结果表明,本文算法可以表示四连接.事实上,在处理四连接情况时是通过将四连接简化为三连接来实现的(三连接可以用两水平集表示,如图 2).如果要表示更复杂的连接情况,就需要增加水平集数量,即按照图 3(c)构架进一步分割.因为本文算法中  $n-1$  个水平集可以实现  $n$  相分割,又因为  $n$  连接需要用  $n$  个相位表示,所以  $n-1$  个水平集最多可以表示区域间的  $n$  连接情况.由于图 3(c)二叉树中的最后一个相位始终表示背景,所以  $n$  相分割可以实现  $n-1$  个目标分割.

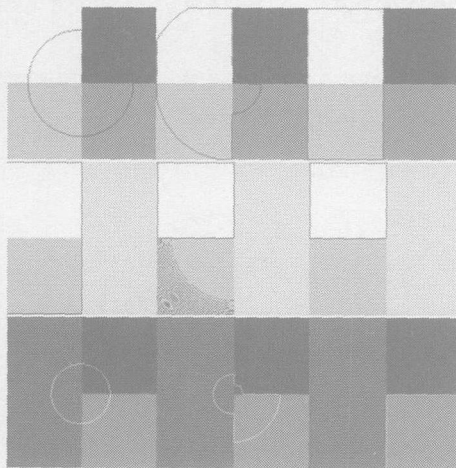


图 4 四连接合成图像的四相分割

在第二个实验中,对一个膝部 CT 图像进行三相分割(图像大小  $118 \times 118$ ).图 5 中的第一行采用的初始轮廓为:  $\phi(x, y, 0) = 58 - \sqrt{(x-59)^2 + (y-59)^2}$ .第一次分割

结果表明,二相 C-V 分割可以很容易地检测到表皮层.然而,由于骨骼和肌肉间的对比度要远小于表皮和外部背景间的对比,所以轮廓曲线无法越过表皮层检测骨骼.当第二次 C-V 分割稳定时,轮廓曲线位于第一次分割曲线内部,并将股骨和髌骨轮廓从肌肉组织中分离出来.图 6 是三种不同的分割方法得到的结果,其中 (a) 是对膝部 CT 图像三相分割结果; (b) 是传统参数化 snake 模型<sup>[9]</sup>分割结果; (c) 是采用 3DDoctor 软件的两目标分割结果.可以看出本文算法可以实现多目标分割,且分割结果要较其他两种方法要准确.

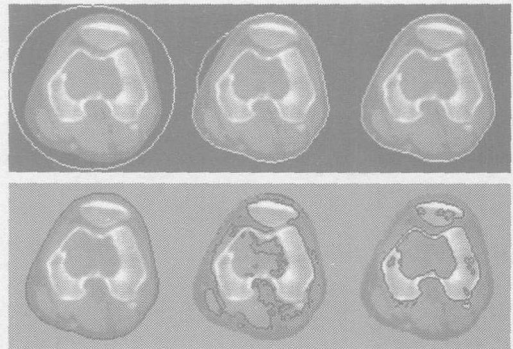


图 5 膝部骨骼分割

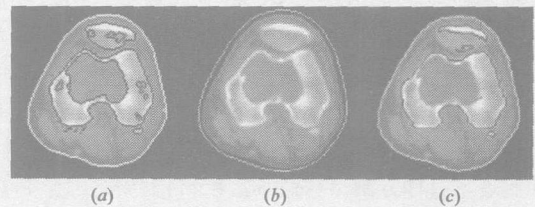


图 6 三种分割方法的结果比较 (a) 本文的三相分割结果; (b) 参数化 Snake 模型结果; (c) 3DDoctor 两目标分割结果

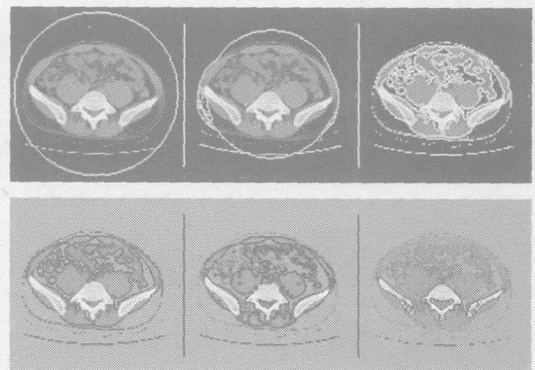


图 7 骨盆轮廓检测

在第三个实验中,需要检测的部分是骨盆轮廓(图像大小  $128 \times 128$  3DDoctor Demo CT-pelvi6).图 7 第一行是第一次 C-V 模型分割过程,初始轮廓为  $\phi(x, y, 0) = 60 - \sqrt{(x-64)^2 + (y-64)^2}$ .第二行是背景填充后的轮廓曲线在新图像上的收敛情况.当曲线平稳后,骨盆轮廓和体外的一些轮廓被同时检测出来.这是因为 C-V 模型本质上是

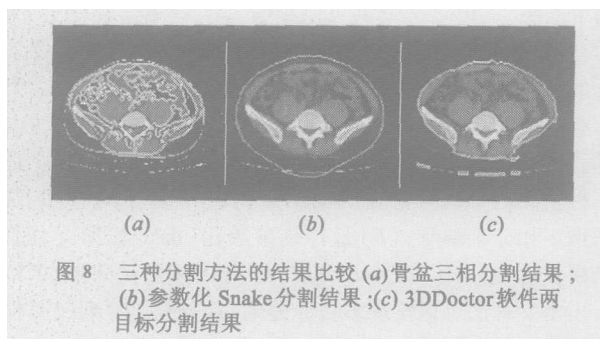


图 8 三种分割方法的结果比较 (a)骨盆三相分割结果; (b)参数化 Snake 分割结果; (c) 3DDoctor 软件两目标分割结果

按照区域的均值进行图像划分的, 又因为本文算法事实上可以看作 C-V 模型的一个广义算法, 所以当两个目标具有相同或相近的均值时就会被认为同一目标. 在本例中, 事实上骨骼轮廓和体外检测到的轮廓在空间上分布不同, 可以通过一些先验知识加以确定. 图 8 是三种不同分割方法的结果比较.

## 6 结论

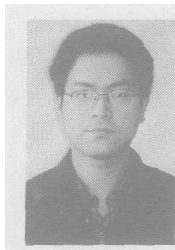
为了解决 C-V 模型在表示区域间多连接上的局限, 提出了树形结构多相水平集算法, 可以看作是 C-V 模型的一个广义形式, 且具有类似于小波包分解的塔式结构. 背景填充技术是本算法中的核心技术, 通过降低目标与背景间的对比度使得曲线能够收敛于目标内部. 结合背景填充技术和 C-V 模型, 本算法实现了多相分割 ( $n-1$  次水平集收敛可以得到  $n$  相分割结果,  $n > 1$ ), 算法结构由推论 1 保证. 分割实验表明, 本算法可以表示复杂的区域连接情况, 能够实现多目标分割, 且特别适合于目标中含有子目标的图像.

## 参考文献:

[1] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation [J]. *J Comput Phys* 1988, 79(1): 12-49.

- [2] Caselles V, et al A geometric model for active contours [J]. *Numerische Mathematik*, 1993, 66(1): 1-31.
- [3] Malladi R, et al Shape modeling with front propagation: A level set approach [J]. *IEEE Trans on PAMI* 1995, 17(2): 158-175.
- [4] Caselles V, et al Geodesic active contours [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 22(1): 61-79.
- [5] Mumford D, Shah J. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems [J]. *Comm Pure Appl Math* 1989, 42(1): 577-685.
- [6] Chan T, Vese L. Active contours without edges [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2001, 10(2): 266-277.
- [7] Heinemann E G. Simultaneous brightness induction as a function of inducing and test field luminances [J]. *Journal of Experimental Psychology*, 1955, 50(2): 89-96.
- [8] Osher S, Fedkiw R. *Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces* [M]. New York: Springer-Verlag New York, 2003.
- [9] Kass M, et al Snake active contour models [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1987, 1(1): 321-331.

## 作者简介:



郑 罡 男, 1980 年出生于无锡. 南京航空航天大学精密仪器及机械博士生, IEEE 会员. 研究方向为偏微分方程图像处理、分数阶微积分. E-mail: zg431193@ yahoo.com.cn

王惠南 男, 1946 年出生于南通. 南京航空航天大学自动化学院教授、博士生导师, IEEE 高级会员. 研究方向为三维医学可视化、GPS 导航.

李远禄 男, 1973 年出生于郴州, 南京航空航天大学测控技术及仪器博士生. 研究方向为分数阶微积分.